UNIVERSIDAD DE TALCA CHILE

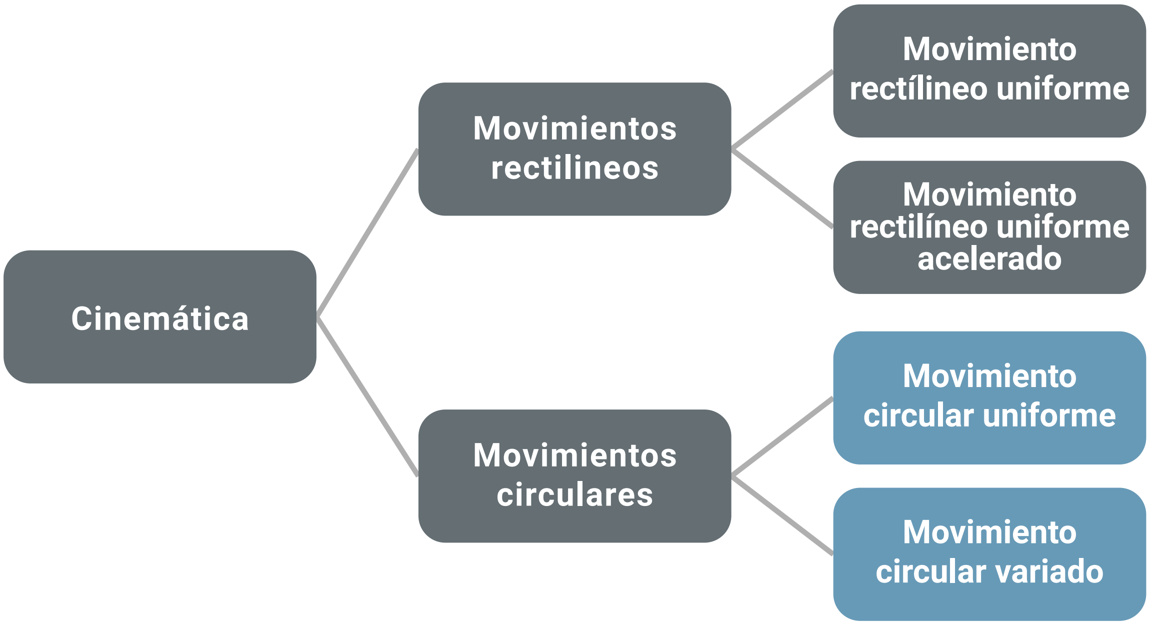
Movimiento Circular

Física

Vicerrectoría de Pregrado
CIVE Dirección de Ciclo de Vida Estudiantil
CIMA Unidad de Acompañamiento Estudiantil
PACE Programa de Acceso a la Educación Superior
Ministerio de Educación

RUTA DE APRENDIZAJE

- Con este documento se espera reforzar el concepto de movimiento circular.
- Este tema está inserto en la unidad de cinemática como se muestra en el siguiente esquema.



TEMAS

- Movimiento circular uniforme.
- Movimiento circular variado.

INTRODUCCIÓN

Cuando giran las aspas de un ventilador, la rueda de una bicicleta, el volante de un automóvil, estamos en presencia de un movimiento circular. A menudo realizamos movimientos circulares o necesitamos de ellos. Estos movimientos circulares pueden ser uniformes si su velocidad angular es constante o variados cuando su aceleración angular es constante.
En este documento se estudiarán los movimientos circulares uniformes y variados.

Movimiento circular uniforme

El movimiento circular uniforme (MCU) corresponde al movimiento de los cuerpos que describen una circunferencia con rapidez constante y velocidad variable. En el caso de la velocidad, el valor no cambia, pero si su dirección. **Sus principales características son que la velocidad angular es constante y la aceleración angular es nula** (ver figura 1).

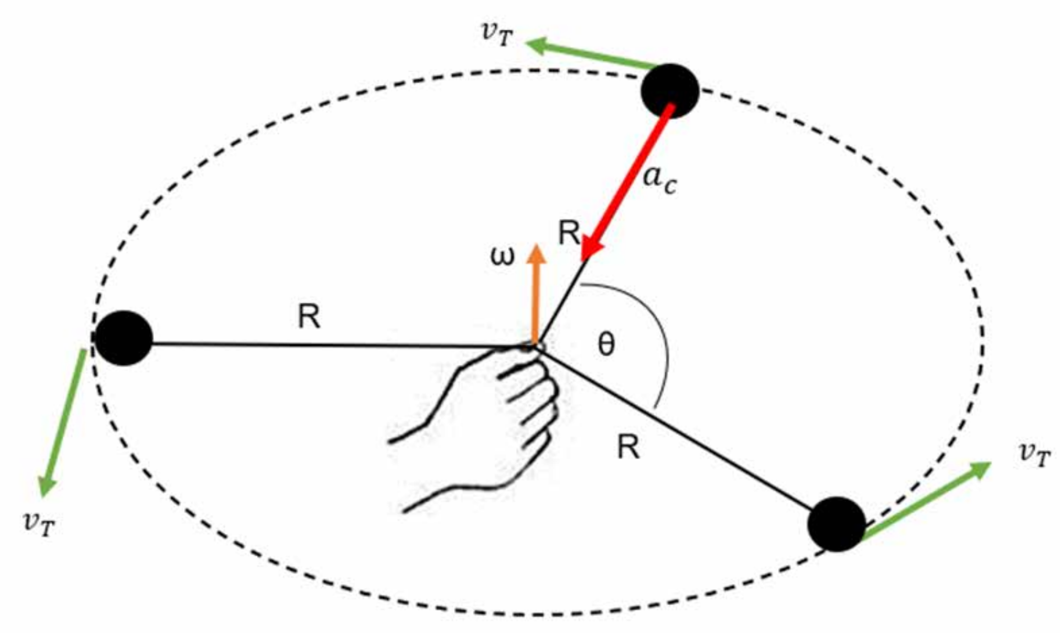


Figura 1

En la figura 1 es posible identificar las variables que están presentes en el movimiento circular que son: velocidad tangencial o lineal [v_t], velocidad angular [ω], aceleración centrípeta [a_c], radio [R] y ángulo descrito [θ]. A continuación se describe cada una de estas variables y otras que son esenciales en el estudio de los movimientos circulares.

Movimiento circular uniforme

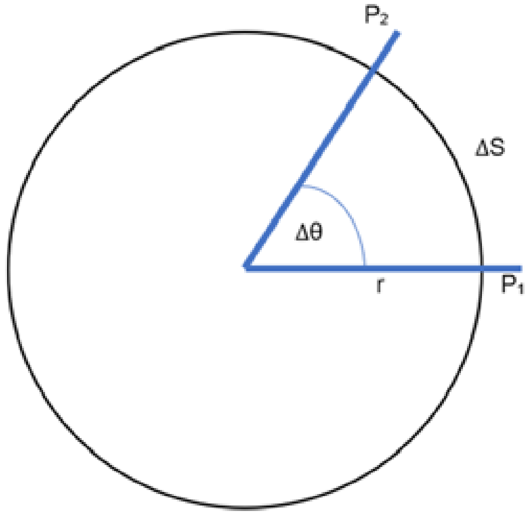
Frecuencia	Cantidad de vueltas que ocurren en un segundo. Su unidad de medida es Hertz [Hz].	$$f = \frac{n}{t}$$ *f: frecuencia [Hz]* *n: número de vueltas* *t: tiempo [s]*
Periodo	Tiempo en realizar una vuelta. Su unidad de medida es segundos [s].	$$T = \frac{t}{n}$$ *T: periodo [s]*
Velocidad tangencial o lineal	Velocidad del movimiento, que corresponde a la distancia en un determinado tiempo. Su unidad de medida es metros por segundo [m/s]. En cinemática se definía como $v = \frac{x}{t}$	$$v = 2\pi R f$$ $$v = \frac{2\pi R}{T}$$ *v: velocidad [m/s]* *R: radio [m]* *f: frecuencia [Hz]* *T: periodo [s]*
Velocidad angular	Es la variación del ángulo del centro barrido durante un intervalo de tiempo, su dirección es perpendicular al plano que contiene la circunferencia y su sentido se rige por la regla de la mano derecha. Su unidad de medida es radianes por segundo [rad/s].	$$\omega = 2\pi f$$ $$\omega = \frac{2\pi}{T}$$ *ω: rapidez angular [rad/s]* Relación entre velocidad angular y lineal $v = \omega R$
Aceleración centrípeta	Su dirección es radial y su sentido está dirigido hacia el centro de la circunferencia. Su unidad de medida es metros por segundo al cuadrado [m/s²].	$$a_c = \frac{v^2}{R}$$ $$a_c = \omega^2 R$$ *a_c: aceleración centrípeta [m/s²]*
Fuerza centrípeta	Es la fuerza que actúa sobre un objeto para mantenerlo en movimiento a lo largo de una trayectoria circular. Su unidad de medida es Newton [N].	$$F_c = m a_c$$ *F_c: fuerza centrípeta [N]* *m: masa [kg]* *a_c: aceleración centrípeta [m/s²]*

Medidas angulares (Castro et. al, 2008. p.51)

Vectorialmente, un MCU se puede describir a través de medidas angulares, es decir, en **relación al ángulo que describe.**

Por ejemplo, cuando un objeto se desplaza en una trayectoria circular entre los puntos P_1 y P_2, el radio r describe un arco de circunferencia ΔS, barriendo un ángulo Δθ, tal que:

$$\Delta\theta = \frac{\Delta S}{r}$$



Cuando el valor del arco descrito es igual al radio de la circunferencia el ángulo del centro mide 1 radián. En términos simples:

$$\theta = \frac{S}{r}$$

Transformación de radianes a grados $\quad rad\,\frac{180°}{\pi}$

Transformación de grados a radianes $\quad grados\,\frac{\pi}{rad}$

Movimiento circular uniforme

Este movimiento existe cuando la **aceleración angular es constante.** Las ecuaciones para este tipo de movimiento son análogas a las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniforme acelerado, donde la x se reemplaza por θ, v por ω y a por α y pueden obtenerse de la misma forma. En la siguiente tabla se muestra la analogía entre ambos movimientos.

Angular	Lineal
$\omega = \omega_0 + \alpha t$	$v = v_0 + at$
$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$	$v^2 = v_0^2 + 2ax$

La aceleración angular corresponde al **cociente entre la velocidad angular y el tiempo.** Su unidad de medida es radianes por segundo al cuadrado [rad/s²].

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Donde

α: *aceleración angular [rad/s²]*

$\Delta\omega: cambio\ de\ velocidad\ angular\ [\frac{rad}{s}]$

$\Delta t: tiempo\ en\ que\ ocurre\ el\ cambio\ de\ velocidad\ angular\ [s]$

La aceleración lineal total de un punto en un instante dado es la suma vectorial de dos componentes:

$$\vec{a} = \vec{a}_{tan} + \vec{a}_c$$

Su módulo o magnitud es:

$$a_{total} = \sqrt{a_{tan}^2 + a_c^2}$$

Aceleración tangencial

$$a_{tan} = \frac{v_f - v_0}{t}$$

Lee y analiza los siguientes problemas

Problemas resueltos

A continuación, se presentan tres problemas resueltos con sus procedimientos, en estos problemas se sugiere hacer lo siguiente:

- Lee comprensivamente.
- Revisa el paso a paso.
- Destaca lo que te resulte importante.
- Destaca lo que te genere dudas y luego consulta al tutor.

Problema 1

Un carrusel en rotación da una revolución en 4 s, cuando un niño está sentado a 1.2 m del centro. Calcular:

a. Frecuencia
b. Periodo
c. Velocidad lineal
d. Velocidad angular
e. Aceleración centrípeta

Solución

Paso 1: identificar los datos.

$n=1$
$t= 4$ [s]
$R=1.2$ [m]

Solución letra a

Calcular la frecuencia.

$$f = \frac{n}{t}$$
$$f = \frac{1}{4} = 0.25\ Hz$$

Solución letra b

Calcular el periodo.

$$T = \frac{t}{n}$$
$$T = \frac{4}{1} = 4\ s$$

El periodo es inverso a la frecuencia.

Solución letra c

Calcular la velocidad lineal.

$$v = 2\pi f R$$
$$v = 2\pi \cdot 0.25 \cdot 1.2 = 3.77\ m/s$$

Velocidad que es tangencial al movimiento circular.

Solución letra d

Calcular la velocidad angular.

$$\omega = 2\pi f$$
$$\omega = 2\pi \cdot 0.25 = 1.57\ rad/s$$

Velocidad de rotación.

Solución letra e

Calcular la aceleración centrípeta.

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$
$$a_c = \frac{3.77^2}{1.2} = 11.8\ m/s^2$$

Esta aceleración apunta hacia el centro de la circunferencia.

Problema 2

Un volante aumenta su velocidad de rotación de 6 a 12 rev/s en 8 s. Determina la aceleración angular en radianes por segundo al cuadrado.

Solución

Paso 1: identificar los datos.

$$f_0 = 6\,[\frac{rev}{s}]$$
$$f_i = 12[\frac{rev}{s}]$$
$$t = 8\,[s]$$

Rev/s es revoluciones por segundo y es equivalente a Hertz [Hz]

Paso 2: calcular la velocidad angular inicial.

$$\omega_0 = 2\pi f_0$$
$$\omega_0 = 2\pi 6$$
$$\omega_0 = 12\pi\,[\frac{rad}{s}]$$

Paso 3: calcular la velocidad angular final.

$$\omega_f = 2\pi f_f$$
$$\omega_0 = 2\pi 12$$
$$\omega_0 = 24\pi\,[\frac{rad}{s}]$$

Paso 4: calcular la aceleración angular.

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{\Delta t}$$
$$\alpha = \frac{24\pi - 12\pi}{8}$$
$$\alpha = 4.71\,[\frac{rad}{s^2}]$$

Problema 3 (Giancoli, 2008, pp.225)

Un rotor centrífugo acelera desde el reposo hasta 20,000 rpm en 30 [s].

a. ¿Cuál es su aceleración angular promedio?
b. ¿Cuántas revoluciones habrá dado el rotor centrífugo durante su periodo de aceleración, si se supone una aceleración angular constante?

Solución letra a

Paso 1: identificar los datos.

$$\omega_0 = 0\ [rad/s]$$
$$n = 20{,}000$$
$$t = 1\ [min] = 60\ [s]$$
$$\Delta t = 30\ [s]$$

20,000 rpm equivale a 20,000 revoluciones por minuto.

Paso 2: calcular la velocidad angular final. $\omega = 2\pi f$

Recordar que la frecuencia es $f = \frac{n}{t}$

$$\omega = 2\pi \frac{n}{t}$$
$$\omega = 2\pi \frac{20000}{60}$$
$$\omega = 2100\ [\frac{rad}{s}]$$

Paso 3: calcular la aceleración angular promedio.

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta t}$$
$$\alpha = \frac{2100 - 0}{30}$$
$$\alpha = 70\ [\frac{rad}{s^2}]$$

Solución letra b

Paso 1: calcular el número de revoluciones despejando θ.

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

$$\theta = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\alpha}$$

$$\theta = \frac{2100^2 - 0}{2(70)}$$

$$\theta = 3.15\ x\ 10^4\ [rad]$$

Paso 2: para calcular el número de revoluciones se divide el resultado anterior en 2π.

$$n^{\underline{o}}\ revoluciones = \frac{\theta}{2\pi}$$

$$n^{\underline{o}}\ revoluciones = \frac{3.15\ x\ 10^4}{2\pi}$$

$$n^{\underline{o}}\ revoluciones = 5.0\ x\ 10^4\ [rev]$$

Observación

Una vuelta completa a una circunferencia es de 360º o 2π [rad], por esto, para el cálculo del número de revoluciones, los radianes se dividen en 2π, para así obtener el número de vueltas realizadas.

Pon a prueba tus conocimientos

Problemas propuestos

A continuación, se presentan tres problemas propuestos para que puedas resolver y practicar, recuerda hacer lo siguiente:
• Resuélvelos siguiendo los pasos utilizados en los problemas resueltos.
• Si es necesario apóyate con los apuntes.
• Si surgen dudas, registrarlas para luego consultar con el tutor.
• ¡Buen trabajo!

1. La rueda de una bicicleta tiene radio de 33 cm y gira 40 revoluciones en un minuto. ¿Qué distancia lineal recorrerá la bicicleta en 30 s?

2. Una rueda de esmeril que gira inicialmente a 6 rad/s recibe una aceleración constante de 2 rad/s^2 durante 3 s. determina:
   a. desplazamiento angular.
   b. velocidad angular final.

3. La rapidez de una partícula que se mueve en un círculo de 2 m de radio aumenta a una razón constante de 3 m/s^2. En cierto instante, la magnitud de la aceleración total es de 5 m/s^2. En ese instante, calcule:
   a. la aceleración centrípeta.
   b. la rapidez de la partícula.

Solución

1. 41.5 m
2. a. 27 rad; b. 12 rad/s
3. a. 4 m/s^2; b. 2.8 m/s

Síntesis

En este documento se revisaron los movimientos circulares. En el movimiento circular uniforme la velocidad angular es constante y la aceleración angular es nula (no existe). El movimiento circular variado se caracteriza porque la velocidad angular es variable y la aceleración angular es constante. A continuación se presenta una tabla resumen de ambos movimientos.

Movimiento circular uniforme (MCU)	Movimiento circular variado (MCV)
Velocidad angular es constante.	Velocidad angular es variable.
Aceleración angular es nula.	Aceleración angular es constante.
Ecuaciones $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ $v = 2\pi R f = \frac{2\pi R}{T}$ $a_c = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}$	Ecuaciones $\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Castro, R., Piña, A., Valdevenito, C. (2008). Física I. Santiago, Chile: Santillana.

Giancoli, D. (2008). Física para ciencias e ingeniería. Cuarta edición. México: Pearson Educación.

¿Quieres recibir orientación para optimizar tu estudio en la universidad?

CONTAMOS CON PROFESIONALES EXPERTOS EN EL APRENDIZAJE QUE TE PUEDEN ORIENTAR

SOLICITA NUESTRO APOYO

Sitio Web de CIMA

Ver más fichas

Solicita más información

TALCA UNIVERSIDAD CHILE

CIMA UNIDAD DE ACOMPAÑAMIENTO ESTUDIANTIL