



NÚMEROS RACIONALES

MATEMÁTICA









RUTA DE APRENDIZAJE

Números Racionales

Potencias

Raíces

ÍNDICE

- Introducción
- Definición de número racional
- Operaciones
- Ejercicios
- Resultados

INTRODUCCIÓN

¿Has tenido la necesidad de repartir un monto de dinero, por ejemplo \$200.000 en 6 personas? ¿o racionar la comida en una fiesta familiar? en estas como en otras circunstancias utilizamos las fracciones, que son una expresión de una cantidad dividida entre otra. En este documento revisaremos los números racionales y veremos cómo manipularlos a través de la operatoria básica.





Números Racionales

En esta ficha haremos un breve repaso de lo que debes saber de las **fracciones**. En primer lugar, ¿te acuerdas un poco de las fracciones? Empecemos viendo la **definición**...

Def:

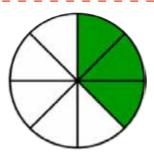
Los números racionales son aquellos que pueden expresarse como fracción. Es decir, un número racional q se puede expresar como:

$$q=\frac{m}{n}\ con\ m,n\in\mathbb{Z}\ y\ n\neq 0$$

Aquí m es el numerador y n es el denominador de la fracción.

En palabras simples una fracción expresa una o varias partes de la unidad que se ha dividido en partes iguales. Por esto informalmente decimos que una fracción es una parte del todo.

Por ejemplo si al dividir una torta (la unidad) en 8 partes iguales consideramos 3 trozos esto se puede expresar por medio de la fracción 3/8. Se lee "tres octavos".



Ejemplos:

1.
$$\frac{1}{5}$$

2.
$$\frac{3}{1} = 3$$
.

El número entero 3 se puede expresar como una fracción donde el denominador es 1.

3.
$$\frac{5}{3}$$

¿Puedes expresar las fracciones anteriores usando diagramas (tortas)?

Veamos ahora las operaciones con fracciones junto a un ejemplo de ellas.

Operaciones

Operacion

Ejemplo

(a)
$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

(a)
$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$
 $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

(b)
$$\frac{a}{b}: \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$
 $\frac{8}{7}: \frac{2}{5} = \frac{8}{7} \cdot \frac{5}{2} = \frac{40}{14} = \frac{20}{7}$

$$\frac{8}{7}: \frac{2}{5} = \frac{8}{7} \cdot \frac{5}{2} = \frac{40}{14} = \frac{20}{7}$$

(c)
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$
 $\frac{2}{11} + \frac{5}{11} = \frac{7}{11}$

$$\frac{2}{11} + \frac{5}{11} = \frac{7}{11}$$

$$(\mathrm{d}) \quad \frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad + bc}{bd} \qquad \qquad \frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{8 - 9}{12} = \frac{-1}{12}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{8-9}{12} = \frac{-1}{12}$$

(e)
$$\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{14}{35} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{2}{5}$$

(Ley de Cancelación)

(f) Si
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow ad = bc$$

(f) Si
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow ad = bc$$
 $\frac{2}{5} = \frac{x}{10} \rightarrow 20 = 5x \rightarrow x = -4$

Recordabas las operaciones? ¿Las habías visto en el colegio?

Obs:

Las operaciones c y d muestran la suma (y resta) de fracciones. En el primer caso si los denominadores son iguales, solo se suman los numeradores. En el caso de tener denominadores distintos lo que usamos es el Mínimo Común Denominador (MCD) como se ve en los siguientes ejemplos:

1.
$$\frac{7}{9} + \frac{2}{9} - \frac{4}{9} = \frac{7+2-4}{9} = \frac{5}{9}$$

En este ejemplo los denominadores son iguales por eso simplemente trabajamos los numeradores

2.
$$\frac{5}{36} + \frac{7}{60}$$

Para sumar en primer lugar encontramos el MCD entre los denominadores, para esto buscamos la descomposición de ellos en número primos:

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2 \qquad 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

Entonces el MCD se obtiene multiplicando todos los factores presentes en las descomposiciones usando la potencia más alta que aparezca. En el ejemplo, el MCD es $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$.

Entonces:

$$\frac{5}{36} + \frac{7}{60} = \frac{5 \cdot 5}{36 \cdot 5} + \frac{7 \cdot 3}{60 \cdot 3}$$

$$= \frac{25}{180} + \frac{21}{180}$$

$$= \frac{46}{180}$$

$$= \frac{23}{90}$$

Obs: Otra forma (equivalente) de calcular el MCD es haciendo una tabla en la que también se usa la descomposición en números primos.

$$3. \ \frac{3}{20} - \frac{8}{15} + 2$$

Aquí repetimos el proceso anterior buscando en primer lugar el MCD que en este caso es 60.

$$\frac{3}{20} - \frac{8}{15} + 2 = \frac{3}{20} - \frac{8}{15} + \frac{2}{1}$$

$$= \frac{9}{60} - \frac{32}{60} + \frac{120}{60}$$

$$= \frac{97}{60}$$

4.
$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{8+15}{20} = \frac{23}{20}$$
.

5. Veamos ahora un ejemplo combinando las operaciones:

$$\begin{aligned} 2\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right):\left(\frac{1}{8}+\frac{5}{3}\right) &=& \frac{2}{1}\cdot\left(\frac{5}{12}\right):\left(\frac{43}{24}\right) \\ &=& \left(\frac{5}{6}\right):\left(\frac{43}{24}\right) \\ &=& \frac{5}{6}\cdot\frac{24}{43} \\ &=& \frac{20}{43} \end{aligned}$$

Obs:

Recuerda que al resolver ejercicios con distintas operaciones el orden es importante. Primero se resuelven los paréntesis y potencias, luego multiplicación y división. Finalmente sumas y restas.

Ahora te dejaremos algunos ejercicios que te sirven para chequear lo que has aprendido acá. Al final encontrarás los resultados para que veas si están bien.

Si no llegas al resultado no te desanimes, revisa la ficha las veces que sea necesario y ante cualquier duda puedes escribirnos al mail: gguerra@utalca.cl.

Ejercicios:

Simplifique las siguientes expresiones:

1. $\left(\frac{3}{5} - \frac{7}{10}\right) : \left(\frac{4}{5} - \frac{9}{15}\right)$

2. $\frac{5}{12} - \left(\frac{7}{8} + \frac{5}{6} - \left(\frac{11}{8} + \frac{5}{6}\right)\right)$

3. Calcular $\frac{5a}{2a+1} + \frac{3a}{2a-1}$ si $a = \frac{1}{9}$.

4. $3 \cdot \frac{1}{27} - 3^{-1} \left(\frac{11}{12} - \frac{2}{3} \right) - \left(\frac{13}{24} - \frac{1}{6} \right) \div \left(\frac{7}{12} - \frac{10}{15} \right)$

5. Calcule el valor de: $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}}}$.

6. Si $a = \frac{3}{5}$, $b = \frac{5}{6}$ y $c = \frac{2}{3}$, determine el valor de: $\frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{a}(a-c)}$

Resultados:

1. $\frac{-1}{2}$

4. $\frac{163}{36}$

2. $\frac{11}{12}$

5. $\frac{13}{8}$

3. $\frac{2}{77}$

6. $\frac{-125}{6}$

¿Quieres recibir orientación para optimizar tu estudio en la universidad?

CONTAMOS CON PROFESIONALES EXPERTOS EN EL APRENDIZAJE QUE TE PUEDEN ORIENTAR

SOLICITA NUESTRO APOYO



Sitio Web de CIMA



Ver más fichas



Solicita más información



