



POTENCIAS

MATEMÁTICA

RUTA DE APRENDIZAJE

Números
Racionales

Potencias

Raíces

ÍNDICE

- Introducción
- Definición de potencia
- Potencia de exponente entero
- Propiedades de las potencias
- Ejercicios
- Resultados



Potencias

Las potencias son un tema muy importante pues es un contenido básico que se usa mucho a lo largo de todos los cursos de matemáticas que tendrás en la Universidad. Por ejemplo en álgebra es el punto de partida para trabajar y factorizar expresiones algebraicas.

Me imagino que viste las potencias en el colegio, ¿te acuerdas de cómo trabajar con ellas? Podrías empezar por escribir las propiedades que recuerdas y después las comparas con las que te entregamos acá para que veas si están bien y si te falta alguna...

Empecemos...

Def:

Una expresión de la forma a^n se denomina *Potencia*. Aquí a es un número real llamado base y n es el exponente.

Veamos un ejemplo simple:

$$3^2 = 9$$

En esta ficha te presentamos un breve resumen con lo que necesitas saber de las potencias con exponente entero.

Potencias con Exponente entero:

$$a^n = \begin{cases} a \cdot a \cdot a \cdots a \text{ (n veces)} & \text{si } n > 0 \\ 1 & \text{si } n = 0 \text{ (} a \neq 0 \text{)} \\ \frac{1}{a^{-n}} & \text{si } n < 0 \text{ (} a \neq 0 \text{)} \end{cases}$$

Ejemplos:

1. $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

3. $\left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$

2. $(-4)^3 = -4 \cdot -4 \cdot -4 = -64$

4. $(\sqrt{5} - 1)^0 = 1$

$$5. 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$6. \left(\frac{2}{7}\right)^{-3} = \frac{1}{(2/7)^3} = \frac{343}{8}$$

Veamos ahora las propiedades que cumplen estas potencias. Para que se entienda mejor al lado de cada propiedad te dejamos un pequeño ejemplo.

Propiedades de las Potencias:

(a) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$a \neq 0$	$2^4 \cdot 2^7 = 2^{4+7} = 2^{11}$
(b) $a^n : a^m = a^{n-m}$	$a \neq 0$	$5^6 : 5^4 = 5^{6-4} = 5^2$
(c) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$a \neq 0$	$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^4\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{4 \cdot 3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{12}$
(d) $a^0 = 1$	$a \neq 0$	$12^0 = 1$
(e) $a^n \cdot b^n = (ab)^n$	$a \neq 0, b \neq 0$	$2^4 \cdot 3^4 = (2 \cdot 3)^4 = 6^4$
(f) $a^n : b^n = (a : b)^n$	$a \neq 0, b \neq 0$	$15^7 : 3^7 = (15 : 3)^7 = 5^7$
(g) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$	$a \neq 0, b \neq 0$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{81}{16}\right)$

Obs:

Más adelante te mostraremos que estas mismas propiedades se cumplen en el caso que el exponente sea un número racional (fracción).

Veamos cómo ocupar estas propiedades en ejercicios un poco más complejos...

Ejemplos: Simplificar las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 1) \quad (2x^2y^3)^2(3xy^3)^3 &= (4x^4y^6)(27x^3y^9) \\
 &= 4 \cdot 27 \cdot x^4 \cdot x^3 \cdot y^6 \cdot y^9 \\
 &= 108x^7y^{15}
 \end{aligned}$$

$$2) \quad \left(\frac{a}{b}\right)^4 \left(\frac{ab}{c}\right)^3 = \left(\frac{a^4 a^3 b^3}{b^4 c^3}\right) = \frac{a^7}{bc^3}$$

$$\begin{aligned}
3) \quad \left(\frac{pq^{-2}r^{-3}}{p^2q^3r^{-4}} \right)^{-3} &= \left(\frac{p^2q^3r^{-4}}{pq^{-2}r^{-3}} \right)^3 \\
&= (pq^5r^{-1})^3 \\
&= p^3q^{15}r^{-3} \\
&= \frac{p^3q^{15}}{r^3}
\end{aligned}$$

Ojo: Recuerda que en estos ejercicios tienes más de una forma de empezar a resolver. En este último ejemplo podrías haber resuelto primero lo que estaba dentro del paréntesis y luego elevar al exponente negativo y habrías llegado al mismo resultado.

Inténtalo!!!

Ahora te dejaremos algunos ejercicios que te sirven para chequear lo que has aprendido acá. Al final encontrarás los resultados para que veas si están bien.

Si no llegas al resultado no te desanimes, revisa la ficha las veces que sea necesario y ante cualquier duda puedes escribirnos al mail: gguerra@utalca.cl.

Ejercicios:

1. Simplifique las siguientes expresiones

$$\begin{array}{lll}
(a) 3^{-2} & (c) -3^{-2} & (e) (3^{-1} + 2^{-1})^{-2} \\
(b) \frac{1}{5^{-2}} & (d) -3(-7)^0 & (f) (7 \cdot 10^5)^3(3 \cdot 10^{-3})^4
\end{array}$$

2. Simplifique y escriba las siguientes expresiones usando sólo exponentes positivos:

$$\begin{array}{llll}
(a) (x + y^{-1})^{-1} & (c) \frac{7x^{-1}}{x^{-3} + y^{-4}} & (e) \frac{2c^{-2}d^{-1}}{3x^{-1}y^3} & (g) \frac{(x^{-2}y^4)^3}{(xy)^{-3}} \\
(b) \left(\frac{a^{-2}}{b^{-3}} \right)^{-3} & (d) \frac{a^2b^{-3}c^{-2}}{x^{-1}y^3z^{-3}} & (f) \frac{3x^{-4}}{y^2} \cdot \frac{4x}{9x^2y^{-1}} & (h) \frac{3x^{-1} - y^{-2}}{x^{-2} + 2y^{-1}}
\end{array}$$

Resultados:

$$\begin{array}{lll}
1. & (a) 1/9 & (c) -1/9 & (e) 36/25 \\
& (b) 25 & (d) -3 & (f) 3^4 7^3 10^3 \\
2. & (a) \frac{y}{xy + 1} & (c) \frac{7x^2y^4}{x^3 + y^4} & (e) \frac{2x}{3c^2dy^3} & (g) \frac{y^{15}}{x^3} \\
& (b) \frac{a^6}{b^9} & (d) \frac{a^2xz^3}{b^3c^2y^3} & (f) \frac{4}{3x^5y} & (h) \frac{x(3y^2 - x)}{y(y + 2x^2)}
\end{array}$$

¿Quieres recibir orientación para optimizar tu estudio en la universidad?

CONTAMOS CON PROFESIONALES EXPERTOS EN
EL APRENDIZAJE QUE TE PUEDEN ORIENTAR

SOLICITA NUESTRO APOYO



Sitio Web de CIMA



Ver más fichas



Solicita más información



CIMA UNIDAD DE
ACOMPañAMIENTO
ESTUDIANTIL