

DOMINIO DE UNA FUNCIÓN

MATEMÁTICA

APRENDIZAJE ESPERADO

- El aprendizaje esperado para este documento es conocer el concepto de dominio de una función, para poder determinarlo, por lo que nos enfocaremos en los primeros tres temas de la ruta.



RUTA DE APRENDIZAJE

Concepto de Función

¿Qué es el dominio de una función?

¿Cómo determinar el dominio de una función?

¿Qué es el recorrido de una función?

¿Cómo determinar el recorrido de una función?

ÍNDICE

- Introducción
- Concepto de función
- Concepto de funciones matemáticas
- Dominio de una función
- Ejercicios resueltos
- Ejercicios propuestos
- Síntesis

INTRODUCCIÓN

Uno de los conceptos más importantes en matemática es el término **función**, que fue introducida por el **alemán Gottfried Wilhelm Leibniz** en el siglo XVII y proviene de la palabra latina "*functio*" que significa "acto de realizar" (Zill & Dewar, 2003). Para lograr entender las funciones es necesario comprender su composición, es aquí, donde **se vuelve relevante conocer y determinar su dominio**, expuesto en este documento.

CONTENIDO

FUNCIONES

Una función es una relación entre dos magnitudes, de manera que a cada valor de la primera le corresponde un único valor de la segunda, se utilizan normalmente para modelar diversas situaciones de la realidad (Engler, Müller, Vrancken, & Hecklein, 2020), es decir, se utiliza este término para describir la dependencia de una cantidad sobre otra, como las siguientes:

- La altura es una función de la edad.

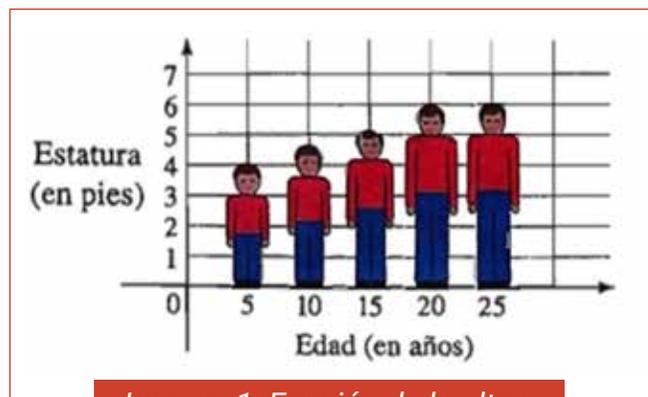


Imagen 1: Función de la altura dependiendo de la edad

MateCálculo (2013). La estatura es una función de la edad. Recuperado de <http://biblio3.url.edu.gt/Publi/Libros/2013/Mate-Calculo/02.pdf>

- La temperatura es función de la fecha.

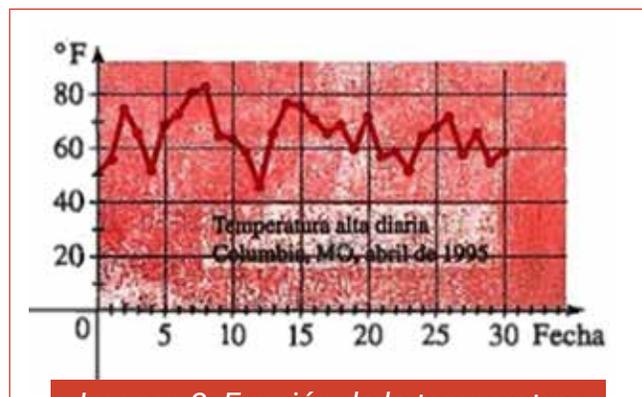


Imagen 2: Función de la temperatura dependiendo de la fecha

MateCálculo (2013). La estatura es una función de la edad. Recuperado de <http://biblio3.url.edu.gt/Publi/Libros/2013/Mate-Calculo/02.pdf>

- El costo de enviar un paquete es función del peso.

w (onzas)	Franqueo (dólares)
$0 < w < 1$	0.37
$1 < w < 2$	0.60
$2 < w < 3$	0.83
$3 < w < 4$	1.06
$4 < w < 5$	1.29
$5 < w < 6$	1.52

Imagen 3: Función costo dependiendo del peso

MateCálculo (2013). El franqueo es una función del peso. Recuperado de <http://biblio3.url.edu.gt/Publi/Libros/2013/Mate-Calculo/02.pdf>



FUNCIONES MATEMÁTICAS

Una función entre dos conjuntos X e Y, es una **correspondencia que le asigna a cada elemento "x" del conjunto X un ÚNICO elemento "y" del conjunto Y**. Se puede representar una función f por medio de la notación:

$f: x \rightarrow y = f(x)$, donde $f(x)$ se lee como "f de x"

(Zill & Dewar, 2003)

EJEMPLOS DE NOTACIÓN DE FUNCIONES MATEMÁTICAS:

a) $f(x) = x^2 + 3x - 9$

b) $y = \frac{2x}{x-7}$

c) $f(x) = \sqrt{x+1}$

d) $y = \log x - 3$

Se puede pensar que una función es un dispositivo de entrada-salida. Se proporciona un elemento (entrada) a una ley matemática que la transforma en una imagen (Engler, Müller, Vrancken, & Hecklein, 2020). A continuación, veremos los elementos que componen estas funciones.

DOMINIO DE UNA FUNCIÓN MATEMÁTICA

Si la función se encuentra definida en los números reales, el dominio o preimagen es el **conjunto de todos los valores de "x" en X que entregan resultados reales**.

Cuando la función se encuentra definida por medio de una fórmula, se considera que el **dominio es el conjunto de números reales para los cuales la fórmula tiene sentido** en el sistema de números reales (Zill & Dewar, 2003).

Gráficamente, el dominio se refiere a los valores del eje "x" (abscisas) para los que existe imagen.

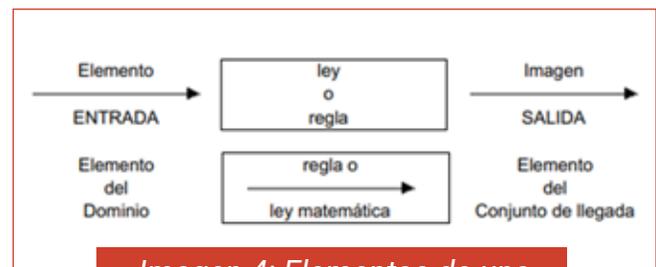
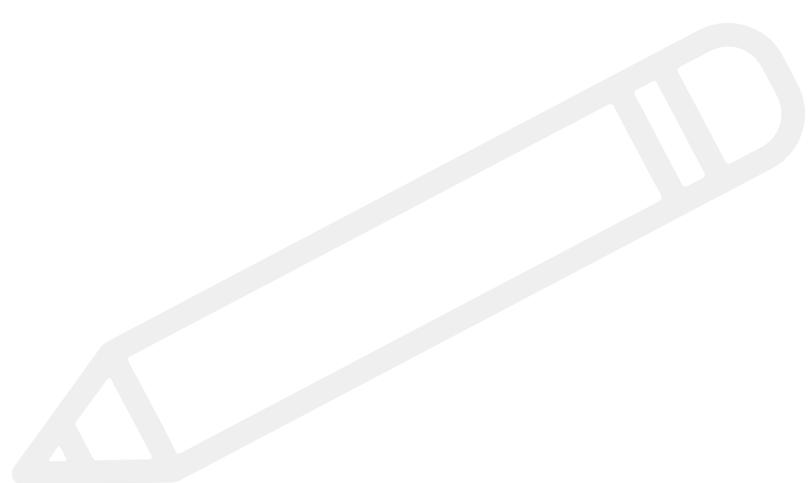


Imagen 4: Elementos de una Función matemática

La imagen 4, muestra la relación entre los elementos de las funciones matemáticas, teniendo en cuenta esto, se puede definir el dominio como el conjunto de todos los valores de entrada.





IMPORTANTE!

CONSIDERAR PARA DETERMINAR EL DOMINIO Y RECORRIDO DE UNA FUNCIÓN

Para calcular el dominio y recorrido se deben **recordar ciertas restricciones a cumplir en los números REALES.**

1. El denominador de una fracción NO puede tener valor cero

$$\frac{a}{0}: \text{No existe en } \mathbb{R}$$

$a \in \mathbb{R}$, (a representa cualquier número real)

Ejemplo:

Lo siguiente no existe en los números reales:

$$\frac{104}{0}, \frac{-33}{0}, \frac{23234}{0}, \frac{\sqrt{5}}{0}$$

2. El radicando de una raíz **con índice par** NO puede ser negativo en los números reales:

$$\sqrt[n]{a}:$$

*Si n número par, a número negativo,
lo anterior NO está definido en \mathbb{R}*

Ejemplo:

Los siguientes valores no están definidos en los números reales

$$\sqrt{-25}, \sqrt[4]{-100}, \sqrt{-36}, \sqrt{-3} \dots$$

Nota: Si no logras comprender a cabalidad estas restricciones presentes en los números reales, no te compliques, puedes consultarlas en las tutorías.



Ahora que ya tenemos la noción de dominio, y las consideraciones que debemos tener para determinarlo, podemos revisar algunos ejemplos.

EJEMPLO DE DOMINIO Y RECORRIDO DE UNA FUNCIÓN

Teniendo en consideración lo señalado en este documento, calcular el dominio de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{x}{x-5}$$

• DESARROLLO

Recordemos (según lo visto en el cuadro **⚠ IMPORTANTE**) que el denominador de una fracción no puede tomar el valor 0, por lo que analizaremos cuando esto sucede:

$$x - 5 \neq 0 / \text{despejando}$$

$$x \neq 5$$

✓ RESPUESTA

“x” puede tomar cualquier valor distinto de 5, por lo que el dominio está determinado por:

$$\text{Dom}f(x) = \mathbb{R} - \{5\}$$



GRÁFICAMENTE

En la imagen 5 se encuentra graficada la función $f(x)$ del ejemplo. Se puede observar que el eje x presenta gráfica en todos los valores exceptuando el 5 (marcado con la línea roja), esto indica que el 5 no pertenece al dominio de la función ya que no tiene imagen en el eje y .

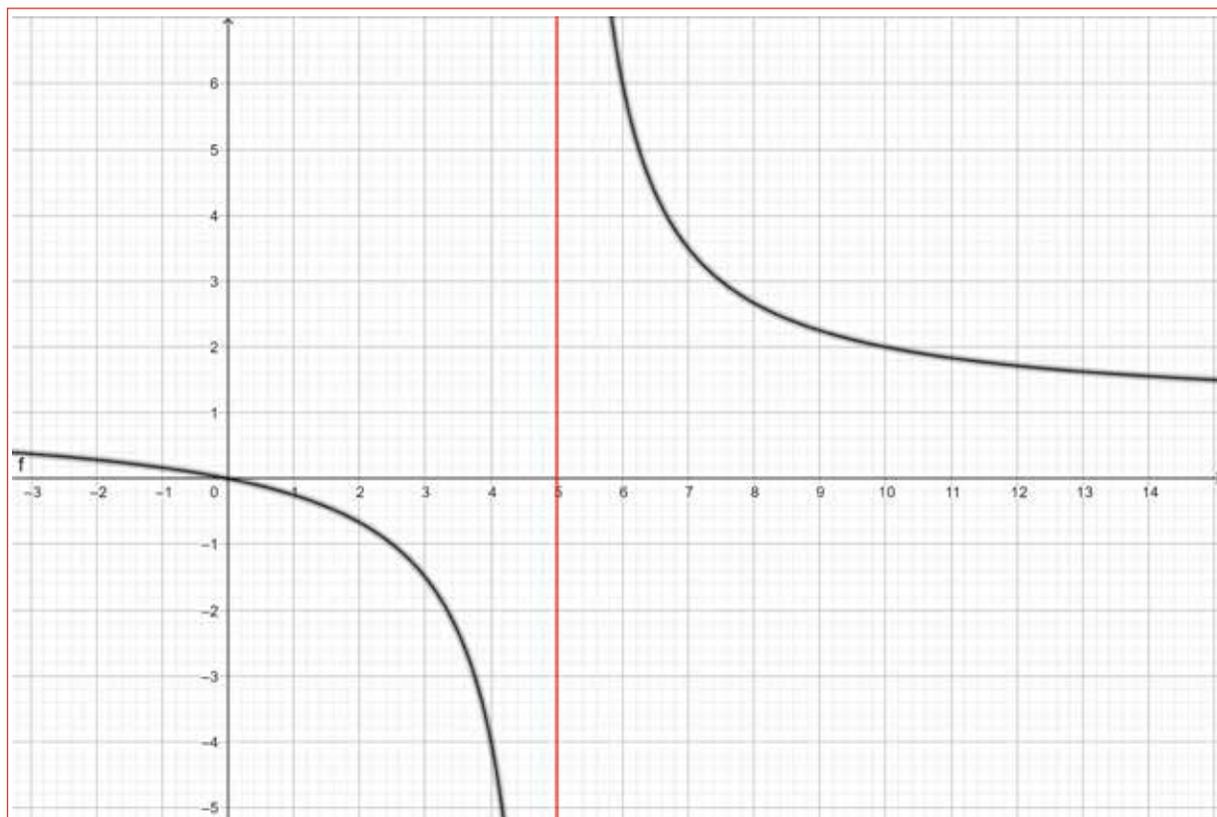


Imagen 5: Gráfica de la función $f(x)$ del ejemplo 1. Realizada con graficador GeoGebra

Nota: el cálculo y determinación del dominio de una función no es amigable para todos, si quedaste con dudas del ejemplo, lo puedes revisar y consultar a tu tutor o tutora de matemática.





EJERCICIOS RESUELTOS

En cada uno de los siguientes ejercicios, teniendo en consideración lo expuesto en el documento, determina el dominio (preimagen) de las funciones expuestas. *Nota: si surgen dudas consulta al tutor o tutora.*

1. Si $f(x) = \frac{x}{x-3}$ determine:

a) Dominio de la función

• **DESARROLLO**

Para determinar el dominio de esta función se debe recordar (según lo visto en el cuadro **⚠ IMPORTANTE**) que el denominador de una fracción no puede tomar el valor 0, luego se tiene que:

$x - 3 \neq 0$ / despejando como una ecuación normal

$x \neq 3$

Esto indica que la "x" que representa el dominio de la función, no puede tomar el valor 3 ya que esto haría que el denominador sea igual a 0.

✓ **RESPUESTA**

$$\text{Dom}f(x) = \mathbb{R} - \{3\}$$

b) Encuentra la preimagen de 31

• **DESARROLLO**

Para calcular la preimagen de 31 se debe reemplazar " $y=f(x)$ " por este valor, luego resolver. Para ello es más sencillo despejar primero la variable "x" en función de la variable "y". Tenemos que:

$$f(x) = \frac{x}{x-3} \text{ / como } y = f(x), \text{ se reemplaza}$$

$$y = \frac{x}{x-3} \text{ / multiplicando por } (x-3)$$

$$y(x-3) = x \text{ / resolviendo el paréntesis}$$

$$xy - 3y = x \text{ / agrupando las "x"}$$

$$xy - x = 3y \text{ / factorizando}$$

$$x(y-1) = 3y \text{ / dividiendo por } (y-1) \text{ para despeja "x"}$$

$$x = \frac{3y}{y-1}$$

Luego, se reemplaza el valor 31 solicitado en "y" de la ecuación encontrada:

$$x = \frac{3y}{y-1}$$

$$x = \frac{3 \cdot 31}{31-1}$$

$$x = \frac{93}{30} / \text{Simplificando la expresión}$$

$$x = \frac{31}{10}$$

✓ **RESPUESTA:**

La preimagen de 31 es $\frac{31}{10}$.

2. A continuación, se entrega una gráfica de la función $y = f(x)$

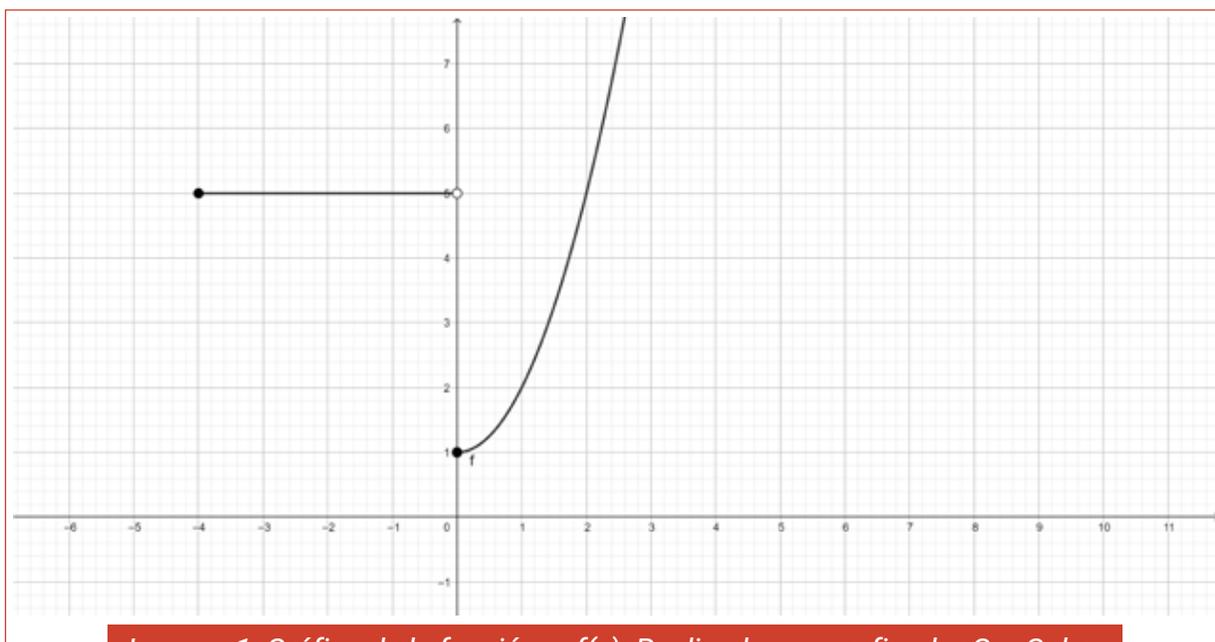


Imagen 1: Gráfica de la función $y=f(x)$. Realizada con graficador GeoGebra

a) Determina el dominio de $f(x)$.

• **DESARROLLO:**

Para determinar el dominio de la función debemos ubicarnos en el eje "x" y buscar que valores no tienen imágenes en el eje "y".

Los valores del eje "x" que no tienen imagen en "y" son los menores a -4, por lo que no pertenecen al dominio de la función, luego el dominio son los números mayores a este.

✓ **RESPUESTA:**

$$\text{Dom}f(x) = \{x \in \mathbb{R} | x \geq -4\}$$

b) Determina el valor de x_1 y x_2 tal que: $f(x_1) = 0$ y $f(x_2) = 2$

• **DESARROLLO:**

Para determinar los valores solicitados debemos ubicarnos en el eje y, mirar la gráfica, buscar los números consultados, y observar que resultados aproximados tienen en el eje x.

✓ **RESPUESTA:**

- $x_1 =$ No existe, ya que no hay gráfica en $y = 0$
- $x_2 = 1$

Nota: Si presentas dudas de los ejercicios resueltos, lo puedes revisar y consultar a tu tutor o tutora de matemática.





EJERCICIOS PROPUESTOS

Según lo trabajado en el documento y teniendo en consideración las restricciones en los números reales (vistas en **⚠ IMPORTANTE**), determina el dominio de las siguientes funciones. *Nota: si surgen dudas consulta al tutor o tutora.*

a) $g(x) = \sqrt{4x + 8}$

b) $f(x) = \frac{26}{3x-6}$

c) $h(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x-1}}$

Respuestas:

a) $Domf(x) = \{x \in \mathbb{R} | x \geq -2\}$

b) $Domf(x) = \mathbb{R} - \{2\}$

c) $Domf(x) = \{x \in \mathbb{R} | x > 1\}$



SÍNTESIS

Recordemos que:



FUNCIONES

- Describe la dependencia de una cantidad sobre otra.

FUNCIONES MATEMÁTICAS

- Relación que asigna a cada elemento del conjunto de partida un único elemento del conjunto de llegada.

DOMINIO DE FUNCIONES MATEMÁTICAS

- Todos los valores de entrada o partida de una función.
- Generalmente, son los valores que toma la variable "x".



¿Quieres recibir orientación para optimizar tu estudio en la universidad?

CONTAMOS CON PROFESIONALES EXPERTOS EN EL APRENDIZAJE QUE TE PUEDEN ORIENTAR

SOLICITA NUESTRO APOYO



Sitio Web de CIMA



Ver más fichas



Solicita más información