UNIVERSIDAD TALCA CHILE

Desigualdades e Inecuaciones

MATEMÁTICAS

Vicerrectoría de Pregrado
CIVE Dirección de Ciclo de Vida Estudiantil
CIMA Unidad de Acompañamiento Estudiantil
PACE Programa de Acceso a la Educación Superior
Ministerio de Educación

RUTA DE APRENDIZAJE

- El aprendizaje esperado en este documento es reconocer y utilizar las propiedades de las desigualdades para resolver inecuaciones lineales.

Ecuaciones → Ecuaciones cuadráticas → Desigualdades → Inecuaciones lineales

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

En diversas situaciones de la vida cotidiana necesitamos conocer un número como límite de una variación, o un intervalo que aproxime cierto valor. Por ejemplo, para saber cuánto podemos gastar en una compra, la nota mínima de una prueba para aprobar cierto ramo, el rango de precio que se debe vender un artículo para obtener ganancia, el intervalo de peso para que una persona esté saludable, entre otras.

Todo lo anteriormente mencionado se puede resolver utilizando inecuaciones, pensando en las desigualdades y operaciones a utilizar, podemos encontrar el valor que necesitamos. En otras palabras, una **inecuación es una desigualdad de la que se desconoce un conjunto de valores**.

DESIGUALDADES MATEMÁTICAS

Una desigualdad matemática es un enunciado de dos expresiones que son distintas, como ésta se produce dentro del conjunto de los números reales, que es un conjunto ordenado, se puede dar el caso que una cantidad sea menor que la otra ($<$), menor o igual que ($\leq$), mayor que ($>$) o mayor o igual que ($\geq$) (Swokowski, 2009).

Ejemplo de desigualdades son:

- $8 > 5$, se lee 8 mayor que 5
- $-4 < -2$, se lee -4 es menor que -2

PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES

1. Si a los dos miembros de una desigualdad se le suma o resta un mismo valor, el signo de la desigualdad se mantiene. Por ejemplo, si tenemos $a > b$ se puede escribir:

$$a + c > b + c \text{ y } a - c > b - c$$

2. Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por una misma cantidad **positiva**, el signo de la desigualdad no varía. Por ejemplo, si tenemos $a > b$ y $c > 0$ se puede escribir:

$$a \cdot c > b \cdot c \text{ y } \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

3. Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por una misma cantidad negativa, el signo de la desigualdad varía. Por ejemplo, si tenemos $a > b$, $c > 0$ y lo multiplicamos por la cantidad negativa $-c$ tenemos:

$$a > b$$
$$a \cdot -c < b \cdot -c$$
$$-ac < -bc$$

Si se divide por $-c$, que es lo mismo que multiplicar por $-\frac{1}{c}$ tenemos:

$$a > b$$
$$\frac{a}{-c} < \frac{b}{-c}$$

$$-\frac{a}{c} < -\frac{b}{c}$$

4. Si cambia el orden de los miembros, la desigualdad cambia de signo. Por ejemplo, si tenemos $a > b$, evidentemente $b < a$.

5. Si se invierten los dos miembros, la desigualdad cambia de signo. Así si $a > b$, se tiene que $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

6. Si los miembros de una desigualdad son **positivos** y se elevan a una misma **potencia positiva**, el signo de la desigualdad **no** cambia. Por ejemplo, $5 > 3$ si se elevan al cuadrado $5^2 > 3^2$, ya que $25 > 9$.

7. Si los dos miembros o uno de ellos es **negativo** y se elevan a una potencia impar positiva, el signo de la desigualdad no cambia.

Por ejemplo

a) $-3 > -5$ elevando al cubo
$(-3)^3 > (-5)^3$
$-27 > -125$

b) $3 > -5$ elevando al cubo
$3^3 > (-5)^3$
$-27 > -125$

8. Si los dos miembros son **negativos** y se elevan a una misma potencia **par positiva**, el signo de la desigualdad **cambia**.

   Por ejemplo

   $-3 > -5$ elevando al cuadrado

   $(-3)^2 > (-5)^2$

   $9 < 25$

9. Si un miembro es **positivo** y otro **negativo** y ambos se elevan a una misma potencia **par positiva**, el signo de la desigualdad puede cambiar.

   Por ejemplo

   a) $3 > -5$ elevando al cuadrado

      $3^2 > (-5)^2$

      $9 < 25$

   b) $8 > -2$ elevando al cuadrado

      $8^2 > (-2)^2$

      $64 > 4$ (en este caso mantiene)

10. Si los dos miembros de una desigualdad son **positivos** y se les extrae una misma raíz **positiva**, el signo de la desigualdad **no cambia**. Por ejemplo $a > b$, n es **positivo**, se tiene $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$.

11. Si dos o más desigualdades del mismo signo se suman o multiplican miembro a miembro, resulta una desigualdad del mismo signo. Por ejemplo, si $a > b$ y $c > d$, se tiene:

$$a + c > b + d$$
$$ac > bd$$

12. Si dos desigualdades del mismo signo se restan o dividen miembro a miembro, el resultado **no** es necesariamente una desigualdad del mismo signo, incluso puede ser una **igualdad**.

(Baldor, 1983)

INECUACIONES

Es una desigualdad en la que hay una o más incógnitas y que solo se cumple para determinadas cantidades (Baldor, 1983).

Por ejemplo:

$$2x + 3 > 11$$

Como se observa en la tabla 1 algunos números dan resultados verdaderos y otros falsos.

Tabla 1: *Resultados de la inecuación con diversos valores*

x	$2x + 3 > 11$	Conclusión
3	$9 > 11$	Enunciado falso
4	$11 > 11$	Enunciado falso
5	$13 > 11$	Enunciado verdadero
6	$15 > 11$	Enunciado verdadero

Si se obtiene un resultado verdadero cuando un número se reemplaza en x, entonces ese valor es solución de la inecuación. Según tabla $x = 5$ es una solución de $2x + 3 > 11$ porque $13 > 11$ (Swokowski, 2009).

RESOLUCIÓN DE INECUACIONES

Resolver una inecuación es encontrar todos los valores de las incógnitas que satisfacen la desigualdad. Para esto, generalmente se escribe la solución en forma de intervalo o gráficamente como muestra la tabla 2.

Tabla 2: *Intervalos escritos como notación, desigualdad y gráfica (Swokowski, 2009)*

Notación	Desigualdad	Gráfica
(1) (a, b)	$a < x < b$	a b
(2) $[a, b]$	$a \leq x \leq b$	a b
(3) $[a, b)$	$a \leq x < b$	a b
(4) $(a, b]$	$a < x \leq b$	a b
(5) (a, ∞)	$x > a$	a
(6) $[a, \infty)$	$x \geq a$	a
(7) $(-\infty, b)$	$x < b$	b
(8) $(-\infty, b]$	$x \leq b$	b
(9) $(-\infty, \infty)$	$-\infty < x < \infty$	

En la tabla 2 se puede observar los diferentes intervalos que se pueden obtener a partir de los resultados de una inecuación. La notación **(1)**, indica que los valores que son solución de la inecuación se encuentran entre a y b, pero no los incluye (intervalo abierto). A diferencia del intervalo **(2)**, que sí incluye los extremos a, b (intervalo cerrado). En el caso de **(3)**, incluye a a, pero no a b, y en **(4)** se incluye b, pero no a (intervalos semiabiertos). En el caso del infinito, siempre utiliza el intervalo abierto.

EJERCICIOS RESUELTOS

A continuación, se presentan ejercicios resueltos con sus procedimientos, en estos se sugiere hacer lo siguiente:

- Lee comprensivamente.
- Revisa el paso a paso.
- Destaca lo que te resulte importante.
- Destaca lo que te genere dudas y luego consulta al tutor.

1. **Resolver la inecuación**

$$\mathbf{2x - 5 < x + 2}$$

(Carreño Campos & Cruz Schmidt , 2006)**.**

Aplicando las propiedades de las desigualdades tenemos:

$$2x - 5 < x + 2 \qquad /+5$$

$$2x - 5 + 5 < x + 2 + 5$$

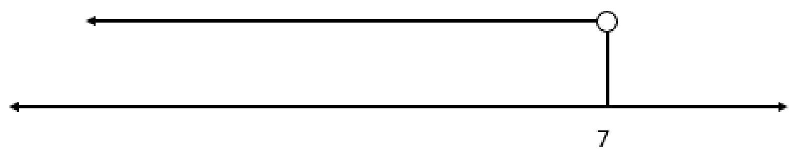
$$2x < x + 7 \quad /-x$$

$$2x - x < x + 7 - x$$

$$x < 7$$

Esta solución escrita en forma de intervalo es: $(-\infty, 7)$

Gráficamente se tiene:



Esto quiere decir, que cualquier valor menor que 7 es solución de la inecuación.

2. Resolver la inecuación

$$4-\frac{x}{3}\geq\frac{2x}{5}-1$$

(Carreño Campos & Cruz Schmidt , 2006).

Aplicando las propiedades de las desigualdades tenemos:

$$4-\frac{x}{3}\geq\frac{2x}{5}-1 \qquad /\cdot 15$$

$$4\cdot 15-\frac{x\cdot 15}{3}\geq\frac{2x\cdot 15}{5}-1\cdot 15$$

$$60-5x\geq 6x-15 \qquad /-6x$$

$$60-5x-6x\geq 6x-15-6x$$

$$60-11x\geq -15 \qquad /-60$$

$$60-11x-60\geq -15-60$$

$$-11x\geq -75 \qquad /\cdot\frac{-1}{11}$$

$$-11x\cdot\frac{-1}{11}\leq -75\cdot\frac{-1}{11}$$

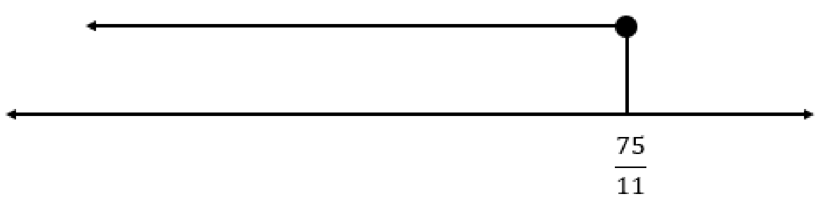
$$x\leq\frac{75}{11}$$

Recordando

Cuando se multiplica por un número negativo el lado de la desigualdad cambia.

Esta solución escrita en forma de intervalo es: $\left]-\infty,\frac{75}{11}\right]$

Gráficamente se tiene:



Esto quiere decir, que cualquier valor menor o igual que $\frac{75}{11}$ es solución de la inecuación.

3. Resolver la inecuación

$$(x-1)^2 \leq x^2 - \frac{x}{2} + 3$$

(Carreño Campos & Cruz Schmidt , 2006)**.**

Resolviendo el paréntesis y utilizando las propiedades se tiene:

$$x^2 - 2x + 1 \leq x^2 - \frac{x}{2} + 3 \quad /-x^2$$

$$x^2 - 2x + 1 - x^2 \leq x^2 - \frac{x}{2} + 3 - x^2$$

$$-2x + 1 \leq -\frac{x}{2} + 3 \qquad / \cdot 2$$

$$-2x \cdot 2 \ + 1 \cdot 2 \ \leq -\frac{x}{2} \cdot 2 \ + 3 \cdot 2$$

$$-4x + 2 \leq -x + 6 \qquad /+x$$

$$-4x + 2 + x \leq -x + 6 + x$$

$$-3x + 2 \leq 6 \qquad /-2$$

$$-3x + 2 - 2 \leq 6 - 2$$

$$-3x \leq 4 \qquad /\cdot -\frac{1}{3}$$

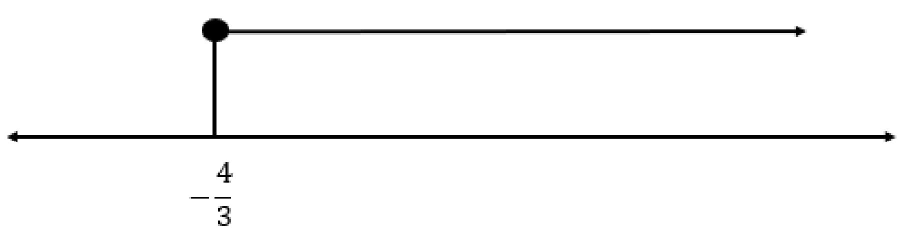
Recordar que cuando se multiplica por un número negativo el lado de la desigualdad cambia.

$$-3x \cdot -\frac{1}{3} \geq 4 \cdot -\frac{1}{3}$$

$$x \geq -\frac{4}{3}$$

Esta solución escrita en forma de intervalo es: $\left[-\frac{4}{3}, +\infty\right[$

Gráficamente se tiene:



Esto quiere decir, que cualquier valor mayor o igual que $-\frac{4}{3}$ es solución de la inecuación.

PRUEBA TUS CONOCIMIENTOS

A continuación, se presentan ejercicios propuestos para que puedas resolver y practicar, recuerda hacer lo siguiente:

- Resuélvelos siguiendo los pasos utilizados en los problemas resueltos.
- Si es necesario apóyate con los apuntes.
- Si surgen dudas, registrarlas para luego consultar con el tutor.
- ¡Buen trabajo!

1. **Resuelve las siguientes inecuaciones, escribe las soluciones como intervalos y de forma gráfica** (Carreño Campos & Cruz Schmidt , 2006).

   a) $5x + 2 < 2x - 1$

   b) $3 - 4x \geq -3 + 2x$

   c) $\frac{2x-1}{2} > 0$

   d) $\frac{4-2x}{3} \geq \frac{5-3x}{4}$

   e) $x^2 - 4x - 1 \geq (x-5)^2$

   f) $(x+1)(x-5) \leq (x-2)(x+5)$

Respuestas

1.

a) $x < -1$

b) $x \leq 1$

c) $x > \frac{1}{2}$

d) $x \geq -1$

e) $\left[\frac{13}{3}, +\infty\right[$

f) $\left[\frac{5}{7}, +\infty\right[$

SÍNTESIS

Desigualdad

- Expresión que indica que una cantidad es mayor o menor que otra.

Inecuación

- Es una desigualdad en la que hay una o más incógnitas.

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

Baldor, A. (1983). *Álgebra .* La Habana : La Moderna Poesia.
Carreño Campos, X., & Cruz Schmidt , X. (2006). *Álgebra .* Santiago : Arrayán Editores S.A.
Swokowski, E. (2009). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica .* México : Edamsa Impresiones S.A. .
Zill, D., & Dewar, J. (2003). *Álgebra y Trigonometría .* McGRAW-HILL.

¿Quieres recibir orientación para optimizar tu estudio en la universidad?

CONTAMOS CON PROFESIONALES EXPERTOS EN
EL APRENDIZAJE QUE TE PUEDEN ORIENTAR

SOLICITA NUESTRO APOYO

Sitio Web de CIMA

Ver más fichas

Solicita más información

TALCA UNIVERSIDAD CHILE

CIMA UNIDAD DE ACOMPAÑAMIENTO ESTUDIANTIL