

Ficha complementaria:
Medidas Numéricas
MATEMÁTICAS

RUTA DE APRENDIZAJE

- Este documento tiene por objetivo reforzar el contenido de medidas de tendencia central y de dispersión, para ubicar valores centrales de un grupo de datos y la variabilidad presente entre ellos.

Tipos de Variable

Tablas de Frecuencia

Gráficos

Medidas de tendencia central

Medidas de dispersión

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

CONTENIDO

Medidas numéricas

EJERCICIOS RESUELTOS

PRUEBA TUS CONOCIMIENTOS

RESPUESTAS

SÍNTESIS

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

INTRODUCCIÓN

En la ficha de estadística “Medidas Numéricas” se describieron datos cuantitativos **utilizando las medidas de tendencia central y de dispersión.**

En este documento se pretende reforzar ese contenido por medio de ejercicios resueltos y propuestos, por lo que **es de suma importancia que antes de trabajarla revise la guía de contenido.**

MEDIDAS NUMÉRICAS

Las medidas numéricas se dividen en medidas de tendencia central y medidas de dispersión. Las primeras intentan resumir las mediciones y tratan de ubicar el centro de la distribución; mientras que las segundas estudian la variabilidad de los valores observados. A continuación, se presenta un cuadro con las fórmulas y una breve descripción de cada una de estas medidas.

| MEDIDA NUMÉRICA | DESCRIPCIÓN | FÓRMULA DATOS NO TABULADOS | FÓRMULA DATOS TABULADOS |
|------------------|---|---|---|
| Media Aritmética | Suma de los valores de todas las observaciones dividida por el número de observaciones. | $\mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ <p>El símbolo $\sum_{i=1}^n x_i$ indica que deben sumarse todos los valores de la variable de la muestra. n representa el tamaño de la muestra.</p> | $\bar{x} = \frac{\sum f_i M}{n}$ <p>Donde: \bar{x} es la media muestral. M es el punto medio de cada clase. f_i es la frecuencia absoluta de cada clase. n es el número de observaciones en la muestra.</p> |
| Mediana | Valor que deja igual número de observaciones (iguales o inferiores) por debajo de él, como valores iguales o superiores por encima de él. | <p>Si el número de valores es impar: la mediana será el valor que está en medio, cuando todos los valores se han arreglado en orden de magnitud.</p> <p>Si el número de valores es par: en este caso quedan dos observaciones en medio, por lo que la mediana será la media de ellas, cuando todas las observaciones se han dispuesto en el orden de su magnitud.</p> | $M_e = L_i + \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i} \cdot a$ <p>Donde: M_e es la mediana. L_i es el límite inferior del intervalo de la mediana a es la amplitud del intervalo F_{i-1} frecuencia acumulada anterior al intervalo mediana f_i frecuencia absoluta del intervalo mediana N total de datos</p> |

| | | | |
|------|--|---|--|
| Moda | Aquel valor que ocurre con más frecuencia. | Se ordenan los datos y se observa el que más se repite, puede existir más de una. | $M_o = L_i + \frac{(f_i - f_{i-1})}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \cdot a$ <p>Donde:</p> <p>M_o es la moda</p> <p>L_i es el límite inferior del intervalo de la moda</p> <p>a es la amplitud del intervalo</p> <p>f_{i-1} frecuencia absoluta anterior al intervalo de la moda</p> <p>f_i frecuencia absoluta del intervalo modal</p> <p>f_{i+1} frecuencia absoluta siguiente al intervalo de la moda.</p> |
|------|--|---|--|

| MEDIDA NUMÉRICA | DESCRIPCIÓN | FÓRMULA DATOS NO TABULADOS | FÓRMULA DATOS TABULADOS |
|-------------------|---|--|--|
| Rango | Diferencia que existe entre el valor menor y el mayor de un conjunto de observaciones | $R = x_L - x_S$ <p>Al dato mayor, se le resta el dato menor.</p> | $R = x_L - x_S$ <p>Al dato mayor, se le resta el dato menor.</p> |
| Varianza muestral | Media aritmética de las desviaciones de la media elevadas al cuadrado | $s^2 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n - 1}$ | $s^2 = \frac{\Sigma f_i (M - \bar{x})^2}{n - 1}$ <p>Donde:</p> <p>s^2 es la varianza muestral.</p> <p>\bar{x} es la media muestral.</p> <p>M es el punto medio de cada clase.</p> <p>f_i es la frecuencia absoluta de cada clase.</p> <p>n es el número de observaciones en la muestra.</p> |

| | | | |
|---------------------|--|---|---|
| Desviación estándar | Refleja la dispersión de los valores con respecto a la media | $s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$ | $s = \sqrt{\frac{\sum f_i (M - \bar{x})^2}{n - 1}}$ <p>Donde: s es la desviación estándar. \bar{x} es la media muestral. M es el punto medio de cada clase. f_i es la frecuencia absoluta de cada clase. n es el número de observaciones en la muestra.</p> |
|---------------------|--|---|---|

EJERCICIOS RESUELTOS

A continuación, se presentan ejercicios resueltos con sus procedimientos, en estos se sugiere hacer lo siguiente:

- Lee comprensivamente.
- Revisa el paso a paso.
- Destaca lo que te resulte importante.
- Destaca lo que te genere dudas y luego consulta al tutor.

1. A continuación, se presenta una muestra de las puntuaciones en un examen de un curso de estadística:

70 90 95 74 58 70 98 72 75 85
95 74 80 85 90 65 90 75 90 69

Calcule:

- a) Media aritmética
- b) Mediana
- c) Moda
- d) Rango
- e) Varianza
- f) Desviación estándar

Desarrollo:

a) Media aritmética:

Primero se deben sumar todos los datos y luego se dividen por el total de datos.

$$\bar{x} = \frac{70 + 90 + 95 + \dots + 75 + 90 + 69}{20}$$

$$\bar{x} = \frac{1600}{20}$$

$$\bar{x} = 80$$

b) Mediana:

Se ordenan los datos de menor a mayor, se ubican los del centro, como en este caso es un número par de datos, se calcula la media de los del centro:

| | | | | | | | | | |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----------|
| 58 | 65 | 69 | 70 | 70 | 72 | 74 | 74 | 75 | <u>75</u> |
| <u>80</u> | 85 | 85 | 90 | 90 | 90 | 90 | 95 | 95 | 98 |

Calcular la media de los datos centrales:

$$M_e = \frac{75 + 80}{2}$$

$$M_e = \frac{155}{2}$$

$$M_e = 77,5$$

c) Moda:

La puntuación que más se repite es 90, por lo que es la moda del conjunto de datos.

d) Rango:

La puntuación más alta es 98 y la más baja es 58. La diferencia entre estos dos valores es el rango:

$$R = 98 - 58$$

$$R = 40$$

El rango es 40.

e) Varianza:

Primero se resta a cada puntuación el promedio (recordemos que es 80)

| Puntuación | Punt-Prome |
|-------------------|-------------------|
| 58 | -22 |
| 65 | -15 |
| 69 | -11 |
| 70 | -10 |
| 70 | -10 |
| 72 | -8 |
| 74 | -6 |
| 74 | -6 |
| 75 | -5 |
| 75 | -5 |
| 80 | 0 |
| 85 | 5 |
| 85 | 5 |
| 90 | 10 |
| 90 | 10 |
| 90 | 10 |
| 90 | 10 |
| 95 | 15 |
| 95 | 15 |
| 98 | 18 |

Luego, se elevan a 2 los resultados.

| Puntuación | Punt-Prome | (Punt-Prome)^2 |
|------------|------------|----------------|
| 58 | -22 | 484 |
| 65 | -15 | 225 |
| 69 | -11 | 121 |
| 70 | -10 | 100 |
| 70 | -10 | 100 |
| 72 | -8 | 64 |
| 74 | -6 | 36 |
| 74 | -6 | 36 |
| 75 | -5 | 25 |
| 75 | -5 | 25 |
| 80 | 0 | 0 |
| 85 | 5 | 25 |
| 85 | 5 | 25 |
| 90 | 10 | 100 |
| 90 | 10 | 100 |
| 90 | 10 | 100 |
| 90 | 10 | 100 |
| 95 | 15 | 225 |
| 95 | 15 | 225 |
| 98 | 18 | 324 |

Se suman los resultados del paso anterior:

$$Suma = 484 + 225 + 121 + 100 + 100 + 64 + \dots + 225 + 225 + 324$$

$$Suma = 2440$$

Se divide el resultado de la suma por la cantidad de datos menos 1, en este caso sería $20 - 1 = 19$, luego la varianza (s^2) es:

$$s^2 = \frac{2440}{19}$$

$$s^2 = 128,42$$

f) Desviación estándar:

La desviación estándar es la raíz cuadrada de la varianza, por lo que está determinada por:

$$s = \sqrt{128,42}$$

$$s = 11,33$$

Los datos que se dan a continuación corresponden a los pesos en Kg. de ochenta personas:

| PESOS (Kg) | Frecuencia |
|--------------|------------|
| [50;55[| 2 |
| [55;60[| 7 |
| [60;65[| 17 |
| [65;70[| 30 |
| [70;75[| 14 |
| [75;80[| 7 |
| [80;85[| 3 |
| Total | 80 |

Calcule:

- Media aritmética
- Varianza
- Desviación estándar

Desarrollo

- Media aritmética:
Recordemos que su fórmula es

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i M}{n}$$

Por lo que debemos obtener primero las marcas de clase, promediando el límite inferior y superior de cada intervalo.

| Pesos Kg | Marca clases |
|----------|--------------|
| [50;55[| 52,5 |
| [55;60[| 57,5 |
| [60;65[| 62,5 |
| [65;70[| 67,5 |
| [70;75[| 72,5 |
| [75;80[| 77,5 |
| [80;85[| 82,5 |

Se multiplica la marca de clase por la frecuencia absoluta de cada intervalo.

| Pesos Kg | Marca clases | Frecuencia | f*M |
|----------|--------------|------------|--------|
| [50;55[| 52,5 | 2 | 105 |
| [55;60[| 57,5 | 7 | 402,5 |
| [60;65[| 62,5 | 17 | 1062,5 |
| [65;70[| 67,5 | 30 | 2025 |
| [70;75[| 72,5 | 14 | 1015 |
| [75;80[| 77,5 | 7 | 542,5 |
| [80;85[| 82,5 | 3 | 247,5 |

Se suman los resultados de estas multiplicaciones y se divide por el total de datos que en este caso es 80.

$$\bar{x} = \frac{105 + 402,5 + 1062,5 + 2025 + 1015 + 542,5 + 247,5}{80}$$

$$\bar{x} = \frac{5400}{80}$$

$$\bar{x} = 67,5$$

La media aritmética es 67,5.

b) Varianza

Recordar que la fórmula de varianza para datos tabulados es:

$$s^2 = \frac{\sum f_i (M - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Por lo que primero debemos calcular la resta de la marca de clase con el promedio que es 67,5.

| Pesos Kg | Marca clases | Frecuencia | Marca - Prom |
|----------|--------------|------------|--------------|
| [50;55[| 52,5 | 2 | -15 |
| [55;60[| 57,5 | 7 | -10 |
| [60;65[| 62,5 | 17 | -5 |
| [65;70[| 67,5 | 30 | 0 |
| [70;75[| 72,5 | 14 | 5 |
| [75;80[| 77,5 | 7 | 10 |
| [80;85[| 82,5 | 3 | 15 |

Luego, se deben elevar al cuadrado estos resultados.

| Pesos Kg | Marca clases | Frecuencia | Marca - Prom | (Marca - Prom)^2 |
|----------|--------------|------------|--------------|------------------|
| [50;55[| 52,5 | 2 | -15 | 225 |
| [55;60[| 57,5 | 7 | -10 | 100 |
| [60;65[| 62,5 | 17 | -5 | 25 |
| [65;70[| 67,5 | 30 | 0 | 0 |
| [70;75[| 72,5 | 14 | 5 | 25 |
| [75;80[| 77,5 | 7 | 10 | 100 |
| [80;85[| 82,5 | 3 | 15 | 225 |

El siguiente paso es multiplicar los resultados obtenidos por la frecuencia absoluta

| Pesos Kg | Marca clases | Frecuencia | Marca - Prom | (Marca - Prom)^2 | f*(Marca - Prom)^2 |
|----------|--------------|------------|--------------|------------------|--------------------|
| [50;55[| 52,5 | 2 | -15 | 225 | 450 |
| [55;60[| 57,5 | 7 | -10 | 100 | 700 |
| [60;65[| 62,5 | 17 | -5 | 25 | 425 |
| [65;70[| 67,5 | 30 | 0 | 0 | 0 |
| [70;75[| 72,5 | 14 | 5 | 25 | 350 |
| [75;80[| 77,5 | 7 | 10 | 100 | 700 |
| [80;85[| 82,5 | 3 | 15 | 225 | 675 |

Para seguir se suman los valores obtenidos en el paso anterior y se divide por el total de datos menos 1, en este caso $80 - 1 = 79$, quedando:

$$s^2 = \frac{450 + 700 + 425 + 350 + 700 + 675}{79}$$

$$s^2 = \frac{3300}{79}$$

$$s^2 = 41,77$$

a) Desviación estándar

Recordar que la desviación estándar es la raíz cuadrada de la varianza entonces:

$$s = \sqrt{41,77}$$

$$s = 6,46$$

Luego, la desviación estándar es 6,46.

PRUEBA TUS CONOCIMIENTOS

A continuación, se presentan ejercicios propuestos para que puedas resolver y practicar, recuerda hacer lo siguiente:

- Resuélvelos siguiendo los pasos utilizados en los problemas resueltos.
- Si es necesario apóyate con los apuntes.
- Si surgen dudas, registrarlas para luego consultar con el tutor.
- ¡Buen trabajo!

1. Las temperaturas registradas en Talca los últimos 14 días son

2.

| | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 31 | 30 | 30 | 25 | 21 | 20 | 22 |
| 30 | 29 | 29 | 27 | 26 | 20 | 27 |

Calcule:

- a) Media aritmética
- b) Mediana
- c) Moda
- d) Rango
- e) Varianza
- f) Desviación estándar

3. Las edades de los empleados de una empresa se distribuyen en la siguiente tabla:

| Edades | Frecuencia |
|---------|------------|
| [18;25[| 22 |
| [25;35[| 48 |
| [35;45[| 51 |
| [45;55[| 36 |
| [55;65] | 27 |
| Total | 184 |

Calcule:

- a) **Media aritmética**
- b) **Varianza**
- c) **Desviación estándar**

Respuestas

1.

- a) 26,21
- b) 27
- c) 30
- d) 11
- e) 15,87
- f) 3,98

2.

- a) 40,07
- b) 146,06
- c) 12,09

SÍNTESIS

MEDIA ARITMÉTICA

Punto de equilibrio de un conjunto de datos.

MEDIANA

Punto medio de los valores una vez ordenados.

MODA

Valor de la observación que aparece con mayor frecuencia.

RANGO

Diferencia entre el valor mayor y el valor menor.

VARIANZA

Media aritmética de las desviaciones de la media elevadas al cuadrado.

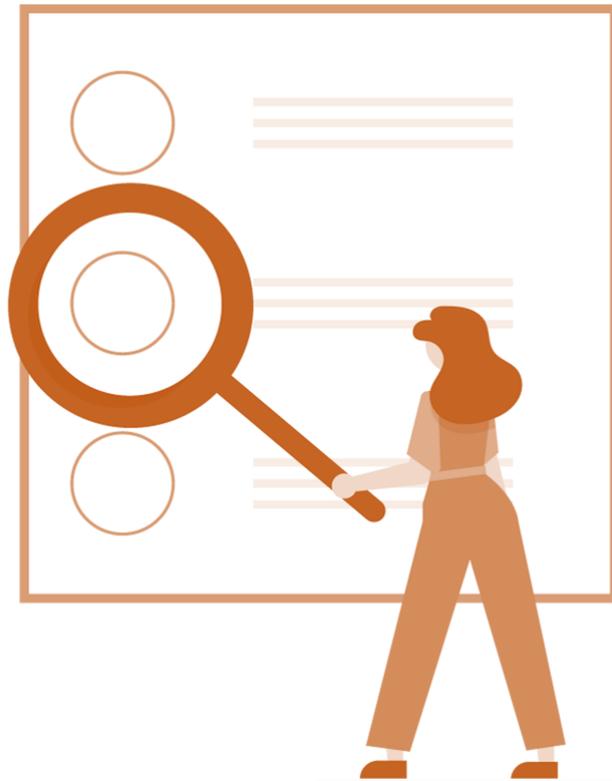
DESVIACIÓN ESTÁNDAR

Medida de dispersión de los datos a la media.



REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

- Lind, D., Wathen, S., & Marchal, W. (2012). *Estadística aplicada a los negocios y la economía*. México: The McGraw-Hill Companies, Inc.
- Taucher, E. (2014). *Bioestadística*. Ocho Libros Editores Ltda.
- Wayne, D. (1991). *Bioestadística base para el análisis de las ciencias y la salud*. México : Limusa S.A.



¿Quieres recibir orientación para optimizar tu estudio en la universidad?

CONTAMOS CON PROFESIONALES EXPERTOS EN EL APRENDIZAJE QUE TE PUEDEN ORIENTAR

SOLICITA NUESTRO APOYO



Sitio Web de CIMA



Ver más fichas



Solicita más información