TALCA
UNIVERSIDAD
CHILE

# Productos Notables

## MATEMÁTICA

VICERRECTORÍA DE PREGRADO

CIVE DIRECCIÓN DE CICLO DE VIDA ESTUDIANTIL

CIMA UNIDAD DE ACOMPAÑAMIENTO ESTUDIANTIL

PACE PROGRAMA DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

Ministerio de Educación

## RUTA DE APRENDIZAJE

- Este documento tiene por objetivo reforzar el contenido de productos notables, para poder resolver de forma más rápida y sencilla ciertos productos algebraicos.

Álgebra → Productos Algebraicos → Productos Notables

## ÍNDICE



## INTRODUCCIÓN

Los productos notables corresponden a un conjunto de fórmulas que nos permitirán realizar ciertas multiplicaciones de polinomios de manera más rápida. La justificación de estos se sustenta en una propiedad fundamental en los números reales, esta es la distributividad.

La clave para usarlos es identificar cuál es la forma de cada uno de ellos.

## PRODUCTOS NOTABLES

Debes considerar que la **demostración de cada una de las siguientes fórmulas** se basa en una **importante propiedad** de los números reales, esta es la **distributividad de la multiplicación sobre la suma**.

**Ley distributiva**

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Para los desarrollos que siguen considera que $a$ y $b$ representan a cualquier número real.

**Cuadrado de binomio**

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$

$$= a(a + b) + b(a + b)$$

$$= a^2 + ab + ba + b^2 \longrightarrow \quad ab + ba = 2ab$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

Importante: en caso de haber un signo menos en el binomio, la fórmula anterior se convierte en:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Compruébalo distribuyendo.

Resultando las siguientes fórmulas

**Cuadrado de binomio**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

**Ejemplo 1**

$$(x+5y)^2 = x^2 + 2x \cdot 5y + (5y)^2$$
$$= x^2 + 10xy + 25y^2$$

**Ejemplo 2**

$$(3x-7y)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 7y + (7y)^2$$
$$= 9x^2 - 42xy + 49y^2$$

**Suma por diferencia**

Este producto notable te permitirá resolver rápidamente multiplicaciones de dos binomios que son exactamente iguales salvo por el signo, distribuyamos:

$$(a+b)(a-b) = a(a-b) + b(a+b)$$
$$= a^2 - ab + ba - b^2 \longrightarrow \quad -ab + ba = 0$$
$$= a^2 - b^2$$

Resultando la fórmula:

**Suma por diferencia**

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

**Ejemplo 1**

$$(7-12y)(7+12y) = 7^2 - (12y)^2$$
$$= 49 - 144y^2$$

**Ejemplo 2**

$$\left(\sqrt{13}+2x^3\right)\left(\sqrt{13}-2x^3\right) = \left(\sqrt{13}\right)^2 - (2x^3)^2$$
$$= 13 - 2^2(x^3)^2 \longrightarrow \quad (x^a)^b = x^{ab}$$
$$= 13 - 4x^6$$

**Multiplicación de binomios con término común**

Este producto notable aplica cuando tenemos dos binomios que coinciden en uno de sus términos. Veamos cómo se obtiene:

$$(x + a)(x + b) = x(x + b) + a(x + b)$$
$$= x(x + b) + a(x + b)$$
$$= x^2 + xb + ax + ab \longrightarrow xb + ax = (a + b)x$$
$$= x^2 + (a + b)x + ab$$

En resumen

**Multiplicación de binomios con término común**

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Aquí la expresión $(a + b)$ representa una suma de números reales, por lo cual su signo puede ser positivo o negativo dependiendo de los valores de cada constante, como se verá en los ejemplos.

Aquí la expresión $(a + b)$ representa una suma de números reales, por lo cual su signo puede ser positivo o negativo dependiendo de los valores de cada constante, como se verá en los ejemplos.

**Ejemplo 1**

$$(x - 8)(x + 3) = x^2 + (-8 + 3)x + (-8 \cdot 3)$$
$$= x^2 - 5x - 24$$

**Ejemplo 2**

$$(3y + 12)(3y - 4) = (3y)^2 + \big(12 + (-4)\big) \cdot 3y + \big(12 \cdot (-4)\big)$$
$$= 9y^2 + 8 \cdot 3y - 48$$
$$= 9y^2 + 24y - 48$$

**Cubo de binomio**

Para determinar esta fórmula nos aprovecharemos de las propiedades de potencias, así descompondremos la expresión $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)^2$ y usaremos la fórmula de cuadrado de binomio para agilizar los cálculos. Procedamos:

$$\begin{aligned}(a+b)^3 &= (a+b)(a+b)^2\\ &= (a+b)(a^2+2ab+b^2)\\ &= a^3+2a^2b+ab^2+ba^2+2ab^2+b^3\\ &= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3\end{aligned}$$

De la misma forma anterior se puede probar que:

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Es decir, tenemos las siguientes fórmulas:

**Cubo de un binomio**

$$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

**Ejemplo 1**

$$\begin{aligned}(x+7z)^3 &= x^3+3x^2\cdot 7z+3x\cdot(7z)^2+(7z)^3\\ &= x^3+21x^2z+3x\cdot 49z^2+343z^3\\ &= x^3+21x^2z+147xz^2+343z^3\end{aligned}$$

**Ejemplo 2**

$$\begin{aligned}(2x-3y)^3 &= (2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot 3y+3\cdot 2x\cdot(3y)^2-(3y)^3\\ &= 8x^3-3\cdot 4x^2\cdot 3y+6x\cdot 9y^2-27y^3\\ &= 8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3\end{aligned}$$

## SÍNTESIS

Los productos notables se derivan de aplicar la propiedad distributiva a la multiplicación de polinomios. El objetivo de memorizarlos es poder resolver rápidamente ciertas multiplicaciones donde estos apliquen y de esta forma dedicar el tiempo para seguir profundizando en aspectos teóricos.

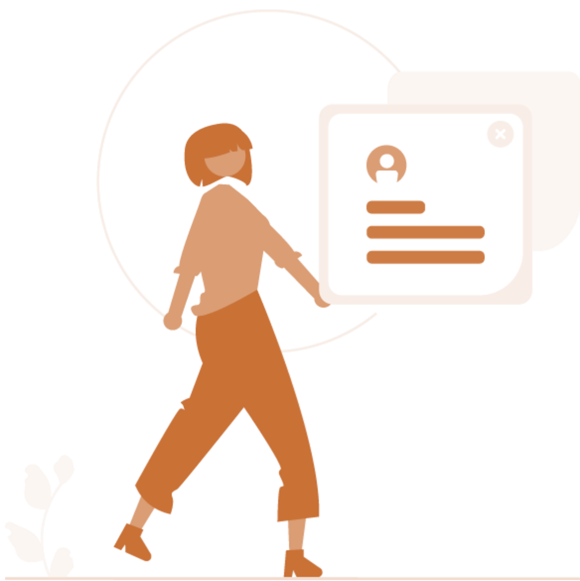
El siguiente cuadro resume estas fórmulas, incluyendo las variaciones de signos.

**Cuadrado de binomio** $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

**Suma por diferencia** $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

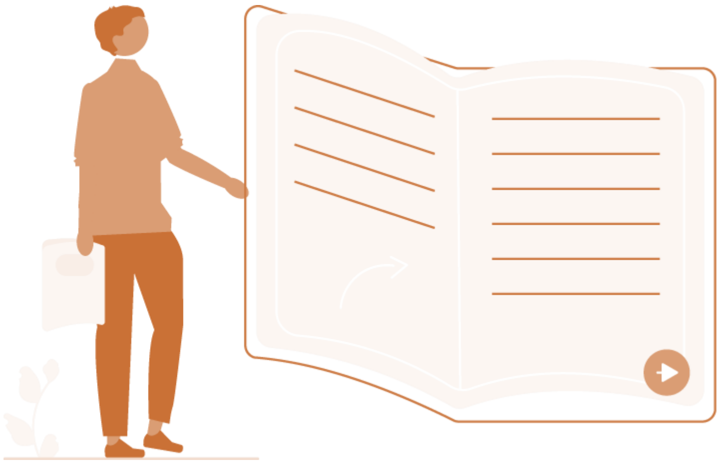
**Multiplicación de binomios con término común** $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

**Cubo de un binomio** $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$



# BIBLIOGRAFÍA

Stewart, J., REDLIN, L., & WATSON, S. (2010). Precálculo. *Matemáticas para el cálculo. Cengage Learning Editores, SA*.



# ¿Quieres recibir orientación para optimizar tu estudio en la universidad?

CONTAMOS CON PROFESIONALES EXPERTOS EN EL APRENDIZAJE QUE TE PUEDEN ORIENTAR

**SOLICITA NUESTRO APOYO**

Sitio Web de CIMA

Ver más fichas

Solicita más información

TALCA UNIVERSIDAD CHILE

CIMA UNIDAD DE ACOMPAÑAMIENTO ESTUDIANTIL